Matemática – Questões de 01 a 06

LEIA CUIDADOSAMENTE O ENUNCIADO DE CADA QUESTÃO, FORMULE SUAS RESPOSTAS COM OBJETIVIDADE E CORREÇÃO DE LINGUAGEM E, EM SEGUIDA, TRANSCREVA COMPLETAMENTE CADA UMA NA FOLHA DE RESPOSTAS.

Instruções:

- **Responda às questões, com caneta de tinta AZUL ou PRETA, de forma clara e legível.**
- **Caso utilize letra de imprensa, destaque as iniciais maiúsculas.**
- **O rascunho deve ser feito no espaço reservado junto das questões.**
- **Na Folha de Respostas, identifique o número das questões e utilize APENAS o espaço destinado a cada uma, indicando, DE MODO COMPLETO, AS ETAPAS E OS CÁLCULOS envolvidos na resolução da questão.**
- **Será atribuída pontuação ZERO à questão cuja resposta**
  - **não se atenha à situação ou ao tema proposto;**
  - **esteja escrita a lápis, ainda que parcialmente;**
  - **apresente texto incompreensível ou letra ilegível.**
- **Será ANULADA a prova que**
  - **não seja respondida na respectiva Folha de Respostas;**
  - **esteja assinada fora do local apropriado;**
  - **possibilite a identificação do candidato.**

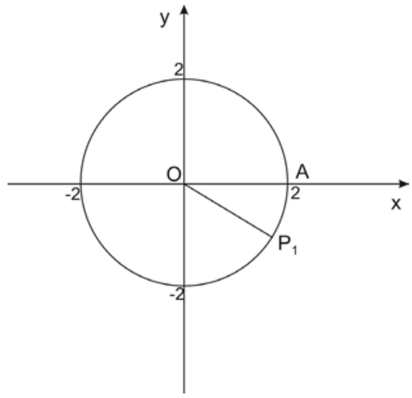
Questão 01 (Valor: 10 pontos)

Dois tanques, com a mesma capacidade, apresentam dispositivos para esvaziá-los, tendo cada um deles uma vazão constante. Estando completamente cheios de água, o primeiro tanque é esvaziado em 4 horas e o segundo, em 5.

Nessas condições, abrindo-se simultaneamente os dispositivos desses tanques, calcule o tempo necessário, desde o momento da abertura, para que o volume de água do primeiro tanque seja igual a 75% do volume do segundo.

Questão 02 (Valor: 20 pontos)

Na figura, tem-se uma circunferência de centro na origem dos eixos coordenados e raio igual a 2 u.c. O comprimento do menor arco de origem em A e extremidade em P_1 é igual a $\frac{\pi}{3}$ u.c.



Considere os pontos P_1, P_2 e P_3 vértices de um triângulo eqüilátero inscrito na circunferência e representados, nessa ordem, no sentido anti-horário.

Sendo P_1, P_2 e P_3, respectivamente, afixos dos números complexos z_1, z_2 e z_3, calcule $\left|\overline{z_1} + z_2^5 + z_3\right|$.

Questão 03 (Valor: 15 pontos)

A temperatura $Y(t)$ de um corpo –– em função do tempo $t \geq 0$, dado em minutos — varia de acordo com a expressão $Y(t) = Y_a + Be^{kt}$, sendo Y_a a temperatura do meio em que se encontra o corpo e B e k constantes.

Suponha que no instante $t=0$, um corpo, com uma temperatura de 75°C, é imerso em água, que é mantida a uma temperatura de 25°C .

Sabendo que, depois de 1 minuto, a temperatura do corpo é de 50°C, calcule o tempo para que, depois de imerso na água, a temperatura do corpo seja igual a 37,5°C.

Questão 04 (Valor: 15 pontos)

Dadas as funções $f(x) = \text{sen}(2x)$ e $g(x) = \text{sen}(x)$, determine para quais valores de x, $x \in [0, 2\pi]$, $f(x) \geq g(x)$.

Questão 05 (Valor: 20 pontos)

Considere a matriz simétrica $A = (a_{ij})$, $1 \leq i \leq 3$, $1 \leq j \leq 3$, que satisfaz as seguintes condições:

I - Se $j = i + 1$ ou $i = j + 1$, então a_{ij} é a distância do ponto P ao ponto Q, sendo P e Q interseções da parábola $y = x^2 - 2x + 1$ com a reta $y = -x + 1$.

II - Se $j = i + 2$ ou $i = j + 2$, então a_{ij} é a área do triângulo PQR, sendo o ponto R o simétrico de Q em relação à origem do sistema de coordenadas xOy.

III- Se $i = j$, então a_{ij} é o valor máximo da função quadrática $f(x) = -2x^2 + 4x$.

Assim sendo, escreva a matriz A e calcule o seu determinante.

Questão 06 (Valor: 20 pontos)

Considere um prisma reto triangular regular de altura igual a 10cm e um cilindro circular reto de raio da base igual a r, medido em cm, inscrito nesse prisma.

Em função de r,

- deduza a expressão do lado do triângulo, base do prisma;
- determine o volume da região exterior ao cilindro e interior do prisma.

* * *